

DYNAMIQUE DES SYSTEMES MECANIQUES

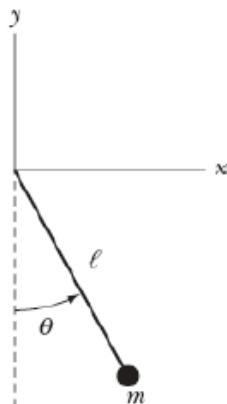
Exercices semaine 2

Exercice 1 : Equations de mouvement par Lagrange

Objectifs d'apprentissage : Détermination de l'équation du mouvement via l'énergie

Enoncé

1. Exprimer le Lagrangien du pendule simple illustré ci-dessous en utilisant d'abord les coordonnées cartésiennes, puis le transformer en un système de coordonnées cylindriques.
2. Trouver l'équation de mouvement du système. Pour cela :
 - a) Exprimer les énergies cinétiques T et potentielles U en fonction de θ
 - b) Calculer le Lagrangien L
 - c) Exprimer l'équation de mouvement en utilisant la notation Lagrangienne
 - d) Simplifier l'équation pour des faibles excursions de θ

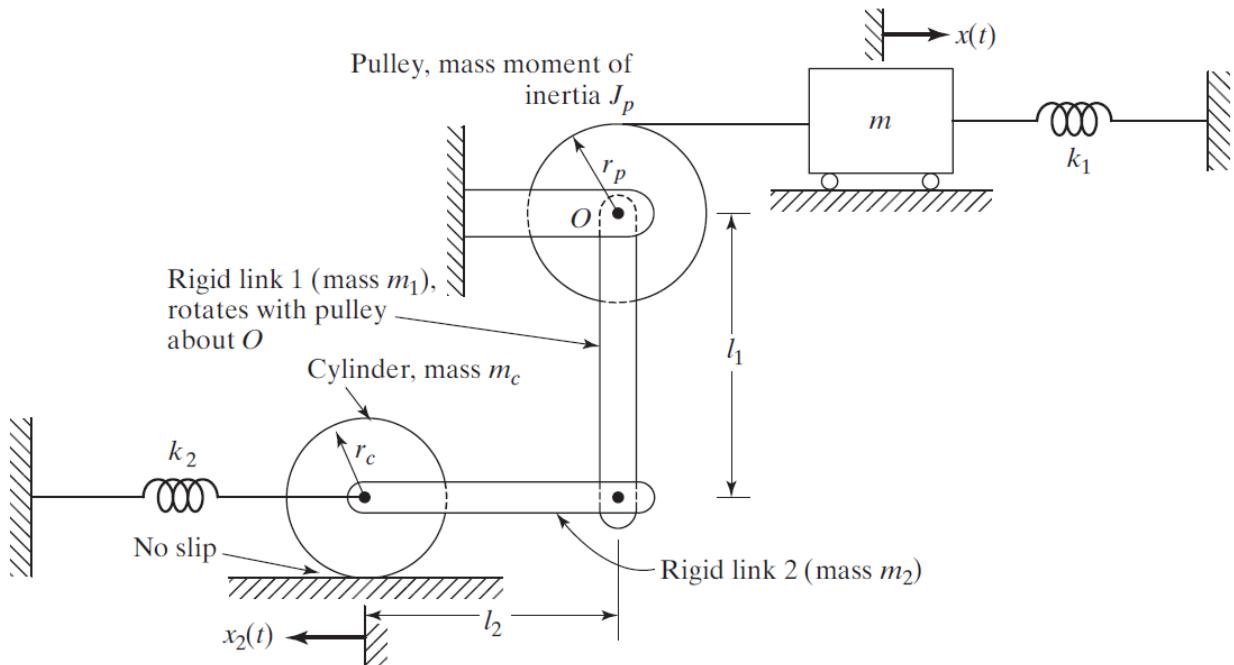


Exercice 2 : Inertie réduite d'un mécanisme complexe

Objectifs d'apprentissage : Réduction d'inertie

Enoncé

Trouver l'inertie réduite du mécanisme représenté dans la figure ci-dessous. On réduira par rapport à la coordonnée x et on fera l'hypothèse que les déplacements sont faibles.

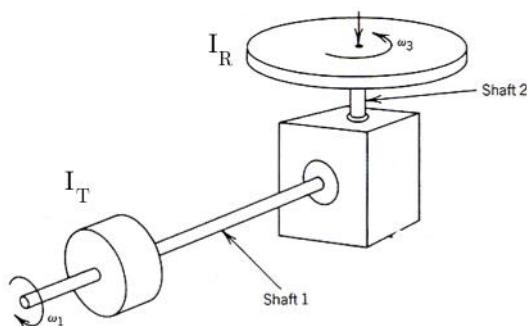


Exercice 3 : Entrainement d'un rotor d'hélicoptère

Objectifs d'apprentissage : Réduction de chaînes cinématiques

Enoncé

Soit l'entraînement du rotor principal d'hélicoptère représenté dans la figure ci-dessous :



Données :

- Turbine: inertie $I_T = 0.68 \text{ kgm}^2$, vitesse de rotation $N_{\text{Rot-T}} = 17'000 \text{ t/min}$
- Réducteur: inertie négligeable, rapport de transmission $i = 80$
- Arbre 1 : inertie négligeable
- Arbre 2 et rotor: inertie $I_R = 33'742 \text{ kgm}^2$, nombre de pales $N_{\text{RP}} = 4$
- On néglige la rigidité des organes

Questions :

1. Quelle est la vitesse de rotation du rotor principal ?
2. Déterminer l'équation de mouvement de la chaîne cinématique.
3. Identifier l'inertie réduite du système d'entraînement.
4. Est-ce que le système est uniforme ? Pourquoi ?

Pour aller plus loin :

- Quelle serait la conséquence d'une rigidité non-infinie de l'arbre de transmission ?
- Voici un exemple de boîte de réducteur pour hélicoptère à double rotor principal (coaxiaux, pour une plus grande capacité de charge sans rotor de queue) : <http://russianpatents.com/patent/205/2059535.html> . Un bon exercice est d'identifier les éléments mobiles et le cheminement des efforts.

Exercice 4 : Turbopompe de moteur fusée

Objectifs d'apprentissage : Réduction de chaînes cinématiques

Enoncé

Les moteurs fusées lourds utilisent une forme de cycle de Rankine ouvert (pressurisation en phase liquide, évaporation, expansion sans recondensation). L'étape de pressurisation du carburant/comburant liquide est opérée par une turbopompe, mécanisme consistant en une pompe centrifuge entraînée à un ou plusieurs étages de turbine (le plus souvent axiale) utilisant les gaz de combustion substitués à la tuyère du moteur.

Le schéma ci-dessous représente la turbopompe du moteur S-3D qui équipe les premières fusées militaires américaines dans les années 1950. La transmission s'effectue au travers d'un train d'engrenage à denture droite. En supposant que le système doive contrer un couple M_P au niveau des pompes et qu'un couple M_T est fourni à la turbine, que les arbres de pompage et turbinage ont des moments d'inerties valant I_P et I_T respectivement et que les autres corps tournants ont une inertie négligeable :

1. Établir le schéma cinématique du système mécanique
2. Déterminer le rapport de transmission du système (loi d'espace)
3. Trouver l'équation de mouvement cinématique du système en choisissant comme coordonnée généralisée l'entrée de la turbine (position angulaire)
4. Donner l'inertie réduite

